

Numerik für Differenzialgleichungen

Sommersemester 2017

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. S. Bartels

M.Sc. S. Hertzog

Informationen und aktuelle Hinweise zur Vorlesung finden Sie im Internet unter
<https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ss17/ndgln>.

Übungsblatt 2

Aufgabe 2.1. (4 Punkte) Für eine natürliche Zahl $n \geq 2$ sei y eine Lösung der Differenzialgleichung $y' = f(t)y + g(t)y^n$. Zeigen Sie, dass die Funktion $z = y^{1-n}$ eine Differenzialgleichung erfüllt, die sich mit der Methode der Variation der Konstanten lösen lässt.

Aufgabe 2.2. (4 Punkte) Seien $L, T > 0$. Zeigen Sie, dass der Raum $C^0([0, T])$ bezüglich der Norm $\|u\|_L = \sup_{t \in [0, T]} e^{-2Lt} |u(t)|$ vollständig ist.

Aufgabe 2.3 (4 Punkte) Konstruieren Sie unendlich viele Lösungen des Anfangswertproblems $y' = y^{1/3}$, $y(0) = 0$, skizzieren Sie einige und diskutieren Sie die Anwendbarkeit des Satzes von Picard–Lindelöf.

Aufgabe 2.4 (4 Punkte) Bestimmen und skizzieren Sie die Iterierten y^k , $k = 0, 1, \dots, 4$, der Banachschen Fixpunktiteration

$$y^{k+1}(t) = y_0 + \int_0^t f(s, y^k(s)) ds, \quad y(0) = y_0$$

unter Verwendung der Startfunktion $y^0(t) = y_0$ für die Fälle $f(t, y) = ay$ und $y_0 = 1$ sowie $f(t, y) = 1 + y^2$ und $y_0 = 0$.

Abgabe: Am Mittwoch, den **17. Mai 2017**, zu Beginn der Vorlesung.